

2-Phase Simplex

$$\begin{cases} M = 3x + 2y \\ x + y - s_1 = 3 \\ x - y + s_2 = -1 \\ x, y, s_1, s_2 \geq 0 \end{cases}$$

3

$$\begin{cases} M = 3x + 2y \\ x + y - s_1 = 3 - \delta_1 \\ x - y + s_2 = -1 + \delta_2 \\ x, y, s_1, s_2, \delta_1, \delta_2 \geq 0 \end{cases}$$

on ne peut pas utiliser simplex

donc on ajoute variables

δ_1 et δ_2 (une pour chaque contradiction)

← le problème ici c'est que $-s_1 = 3$
on veut q'qch négatif ici

$x - y + s_2 = -1 + \delta_2$ ← le problème est $s_1 = -1$
on veut q'qch positif ici

Maintenant il n'y a pas de contradictions
mais il n'est pas le même problème!!

$$\begin{cases} M = 3x + 2y \\ x + y - s_1 = 3 - \delta_1 \\ x - y + s_2 = -1 + \delta_2 \\ x, y, s_1, s_2, \delta_1, \delta_2 \geq 0 \end{cases}$$

Pour le même problème

$$\delta_1 = \delta_2 = 0$$

est-il possible?

- On minimise $\delta_1 + \delta_2$, si le min est 0 $\Rightarrow \delta_1 = \delta_2 = 0$
est possible!
- On ne savait pas minimiser...
- On maximise $-\delta_1 - \delta_2$!!! On peut utiliser simplex?

Probleme 2 phase

$$M = 3x + 2y$$

$$x + y - s_1 = 3 - \delta_1$$

$$x - y + s_2 = -1 + \delta_2$$

$$x, y, s_1, s_2, \delta_1, \delta_2 \geq 0$$

Phase I on veut savoir si Max de $-\delta_1 - \delta_2$ est 0 donc on maximise

$$D \equiv -\delta_1 - \delta_2$$

avec $-M + 3x + 2y = 0$

$$x + y - s_1 + \delta_1 = 3 \quad (a)$$

$$x - y + s_2 - \delta_2 = -1 \quad (b)$$

on ne savait pas si $\text{Var}_D = 0$ c'ad. $\delta_1 = \delta_2 = 0$ est contradiction mais on peut résoudre

$$(b) - (a) \quad -2y + s_2 + s_1 - \delta_1 - \delta_2 = -4 \Rightarrow D = -\delta_1 - \delta_2 = -4 + 2y - s_1 - s_2$$

Maintenant $\text{Var}_D = 0$ est $y = s_1 = s_2 = 0$ il n'est pas un problème

$$D \equiv -\delta_1 - \delta_2 = -4 + 2Y - S_1 - S_2$$

avec $-M + 3X + 2Y = 0 \quad \rightsquigarrow$

$$X + Y - S_1 + \delta_1 = 3$$

$$X - Y + S_2 - \delta_2 = -1$$

$$-D + 2Y - S_1 - S_2 = 4$$

$$-M + 3X + 2Y = 0$$

$$X + Y - S_1 + \delta_1 = 3$$

$$X - Y + S_2 - \delta_2 = -1$$

Symplex tableau Ici

$$-D + 2Y - S_1 - S_2 = 4$$

$$-M + 3X + 2Y = 0$$

$$X + Y - S_1 + \delta_1 = 3$$

$$X - Y + S_2 - \delta_2 = -1$$

Symplex tableau Ici
↓

D	M	X	Y	S ₁	S ₂	δ ₁	δ ₂	*
-1	0	0	2	-1	-1	0	0	4
0	-1	3	2	0	0	0	0	0
0	0	1	1	-1	0	1	0	3
0	0	1	-1	0	1	0	-1	-1

$$f_1 \rightsquigarrow f_1 + 2f_4 \quad f_2 \rightsquigarrow f_2 + 2f_4, \quad f_3 \rightsquigarrow f_3 + f_4$$

D	M	X	Y	S ₁	S ₂	δ ₁	δ ₂	*
-1	0	2	0	-1	1	0	-2	2
0	-1	5	0	0	2	0	-2	-2
0	0	2	0	-1	1	1	-1	2
0	0	1	-1	0	1	0	-1	-1

$$f_3 \rightsquigarrow f_3/2 \quad (\text{et je aussi } f_4 \rightarrow -f_4)$$

D	M	X	Y	S ₁	S ₂	δ ₁	δ ₂	*
-1	0	2	0	-1	1	0	-2	2
0	-1	5	0	0	2	0	-2	-2
0	0	1	0	-1/2	1/2	1/2	-1/2	1
0	0	-1	1	0	-1	0	1	1

D	M	X	Y	s_1	s_2	δ_1	δ_2	*
-1	0	2	0	-1	1	0	-2	2
0	-1	5	0	0	2	0	-2	-2
0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
0	0	-1	1	0	-1	0	1	1

$$f_1 \rightarrow f_1 - 2f_3 \quad f_2 \rightarrow f_2 - 5f_3 \quad f_4 \rightarrow f_4 + f_3$$

D	M	X	Y	s_1	s_2	δ_1	δ_2	*
-1	0	0	0	0	0	-1	-1	0
0	-1	0	0	$5\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	-7
0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
0	0	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	2

→ Ici c'est $\text{Max } D = 0$ quand $\delta_1 = \delta_2 = 0$
donc il est possible!

[Si $\text{Max } D \neq 0$ on arrête et on dit que
il n'est possible.]

Comme il marche on passe à phase II
et élimine tout D, δ_1, δ_2 , qui sont 0

M	X	Y	s_1	s_2	*
-1	0	0	$5\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-7
0	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
0	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2

et on max
le

On repete le meme procedement

$$\begin{array}{cccc|c}
 M & x & y & s_1 & s_2 & * \\
 \hline
 -1 & 0 & 0 & 5/2 & -1/2 & -7 \\
 0 & 1 & 0 & -1/2 & 1/2 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & -1/2 & -1/2 & 2
 \end{array}$$

et on max
le

$$Var_M = 0 \quad s_1 = s_2 = 0$$

$$\Rightarrow x=1 \quad y=2 \text{ pas probleme}$$

$\Rightarrow$ Chois le max et voir ratios

$$\begin{array}{cccc|c}
 M & x & y & s_1 & s_2 & * \\
 \hline
 -1 & 0 & 0 & 5/2 & -1/2 & -7 \\
 0 & 1 & 0 & -1/2 & 1/2 & 1^{*1} \\
 0 & 0 & 1 & -1/2 & -1/2 & 2^{*2}
 \end{array}$$

et on max
le

*₁ Ratio₁ $\frac{-1/2 s_1}{2} \leq 1$ ratio -2 negatif
pas borne!

*₂ Ratio₂ $\frac{-1/2 s_2}{2} \leq 2$ ratio -4 negatif
pas borne!

M n'est pas borne! Max de M est ∞